

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

Istituto per l'Ambiente Marino Costiero



TECHNICAL REPORT N. 01/IAMC/GF/2013

Microzonazione Sismica del Colle Palatino e dei Fori Imperiali – ROMA *Indagini sismiche attive*

A cura di:

Vincenzo Di Fiore, Giuseppe Cavuoto, Nicola Pelosi, Daniela Tarallo, Antimo Angelino, Vittorio Gargiulo, Michele Iavarone, Stefania Musella, Paolo Scotto di Vettimo

Indice

1. Premessa	3
2. Indagini sismiche in foro	6
2.1 Prova Crosshole	6
2.2 Prova Downhole	9
3. Indagini sismiche MASW (Multichannel Analysis Surface Waves)	14
4. Tomografia sismica.....	19
5. Ringraziamenti.....	25
6. Bibliografia	26

1. Premessa

L'Unità di Geofisica dell'Istituto per l'Ambiente Marino Costiero del CNR, sede di Napoli, coordinato dal dott. Vincenzo Di Fiore, in seguito alla collaborazione con l'Istituto di Geologia Ambientale e Geoingegneria (IGAG) avente per oggetto la Microzonazione Sismica dei Fori Imperiali e del Colle Palatino in Roma, ha effettuato un serie di indagini sismiche sia in foro (Down-Hole e Cross-Hole) che in superficie (MASW e Tomografia sismica a rifrazione) con l'obiettivo di caratterizzare dal punto di vista dinamico i litotipi rappresentativi dell'area archeologica in esame.

A partire dal mese di settembre del 2010 e fino alla fine del mese di gennaio del 2011, l'Unità di Geofisica ha acquisito e contemporaneamente elaborato i dati di campagna fornendo i risultati ottenuti al coordinatore di progetto.

L'ubicazione delle prove Down-Hole, Cross-Hole, dei profili MASW e della tomografia sono riportati in figura 1.

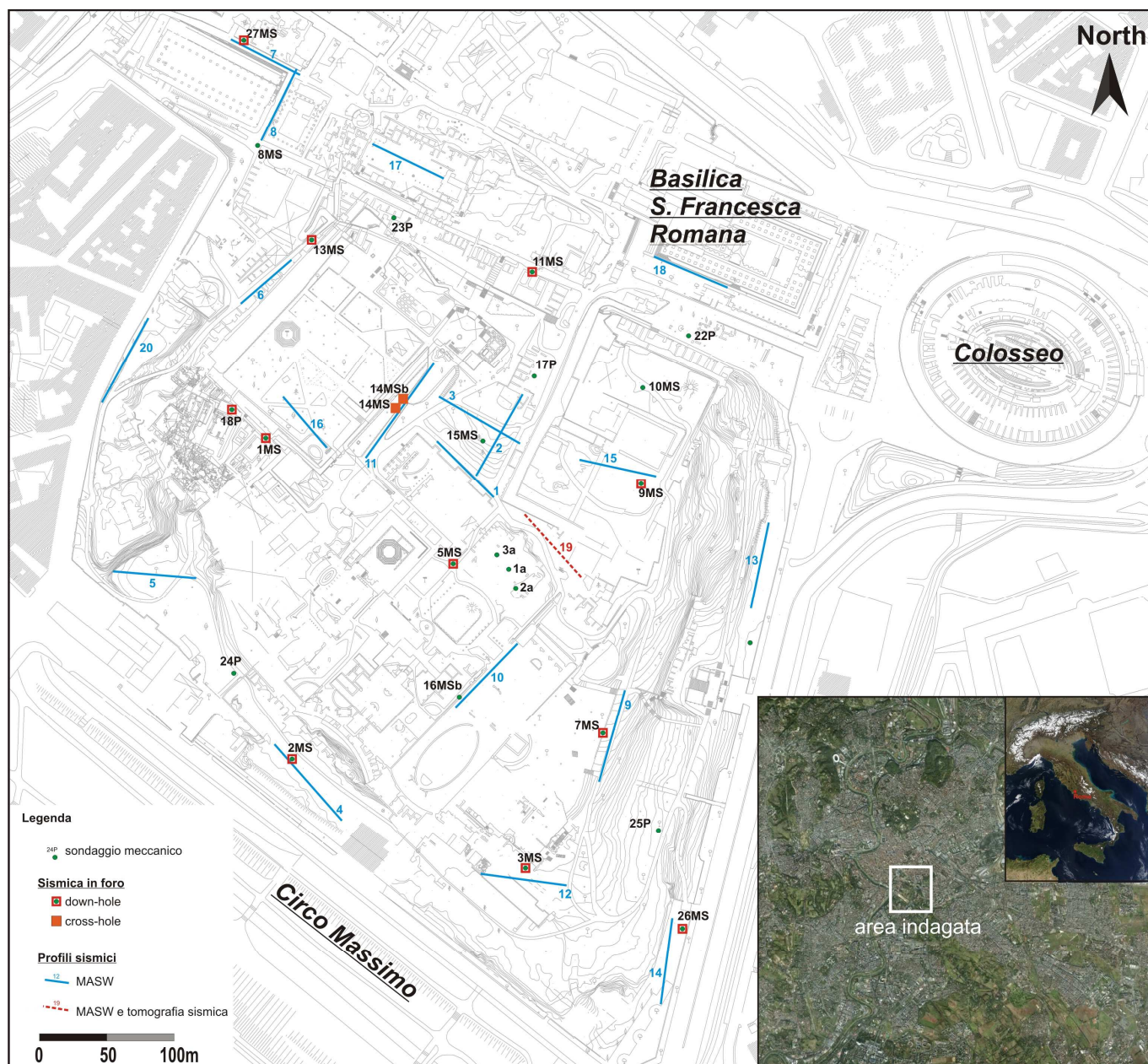


Figura 1. Ubicazione delle indagini sismiche in foro e in superficie effettuate nell'area dei Fori Imperiali e del Colle Palatino in Roma.

Il gruppo di lavoro che ha partecipato all'acquisizione ed elaborazione dei dati è composto da:

Componente	Qualifica	Attività
Dott. Vincenzo Di Fiore	Ricercatore Geofisico, Responsabile scientifico	Acquisizione, elaborazione e interpretazione dati
Dott. Giuseppe Cavuoto	Tecnologo	Acquisizione dati
Dott. Nicola Pelosi	Ricercatore	Acquisizione dati geosismici e GPS
Dott.ssa Daniela Tarallo	Assegnista di ricerca	Acquisizione ed elaborazione dati
Dott. Antimo Angelino	CTER	Acquisizione dati
Vittorio Gargiulo	CTER	Acquisizione dati
Michele Iavarone	OPT	Acquisizione dati
Stefania Musella	CTER	Acquisizione dati
Paolo Scotto di Vettimo	CTER	Acquisizione dati

2. Indagini sismiche in foro

Sono state eseguite 11 prove Down-hole (DH) ed una prova Cross-hole (CH) nei diversi sondaggi geognostici effettuati nell'area di studio. Nei paragrafi che seguiranno sono descritte le procedure e le attrezzature utilizzate nelle diverse prove eseguite.

2.1 Prova Crosshole

La prova è stata eseguita mediante l'acquisizione su sistema di generazione di onde SV nonché l'acquisizione della componente riferita alle onde P.

Per verificare gli eventuali ritardi o anticipi indotti dal sistema trigger (causati da un'imprecisa chiusura dello starter nel sistema trigger) durante le fasi di energizzazione, sulle fasi P ed S, è stato introdotto un geofono esterno a quello da foro per segnare l'istante di origine della sorgente. E' stato inoltre introdotto un tempo di pre-triggering per avere sotto controllo l'istante in cui parte la sorgente.

Nella fase di acquisizione, oltre a registrare il segnale ad intervalli di 1m a partire dal piano campagna e fino a fondo foro, ove possibile, per verificare ulteriormente la bontà del segnale, si sono effettuate registrazioni anche in fase di risalita del geofono dal fondo foro con intervalli di profondità di 5m. Aste quadre rigide in alluminio hanno assicurato l'orientamento desiderato dei sensori rispetto alla direzione della sorgente.

L'elaborazione dei dati, per la determinazione delle velocità delle onde P ed S, è stata condotta determinando i time-break rilevati per le onde P ed S. A partire dai tempi di percorrenza delle fasi, conoscendo la distanza tra la sorgente ed i relativi ricevitori dopo la correzione di verticalità, è stato possibile calcolare le velocità delle onde P ed S. Lo studio

sull'individuazione delle fasi P ed S si è basato dall'analisi visuale e dallo studio dei correlogrammi nei casi di più difficile interpretazione. Per aumentare il rapporto S/N, ma anche per minimizzare l'eventuale errore di localizzazione dei primi arrivi, per ogni registrazione sono state effettuate un minimo tre battute per ciascuna profondità e per ciascun tipo di energizzazione.

L'elaborazione sostanzialmente si è concretizzata nelle seguenti fasi:

- valutazione visuale in campagna ed analisi di Fourier per valutare la presenza di eventuale rumore coerente nei dati;
- valutazione della necessità di applicare un filtro passa banda oppure di aumentare il numero di energizzazione per aumentare il rapporto S/N;
- equalizzazione spettrale dinamica per l'equiparazione energetica di battuta;
- studio polarizzazione dell'onda SV mediante la tecnica dell'inversione di fase delle onde SV;
- visualizzazione delle cross-correlazioni e delle coppie di registrazioni corrispondenti, per la determinazione degli arrivi delle onde SV;
- correzione verticalità fori;
- calcolo delle velocità.

Si riportano di seguito i parametri utilizzati nell'indagine CH.

Sismografo: 24 canali a 24 bit per canale;

Sorgente: meccanica onde P ed S

Geofono: 3D a 10 Hz (una componente verticale, due componenti orizzontali disposte a 90°)

con dispositivo di bloccaggio al foro mediante pistoncini ad aria compressa;

Trigger: Chiusura di circuito tramite blaster e controllo dei ritardi o anticipi mediante geofoni esterni

Intervallo di campionamento: variabile 0.25 ms;

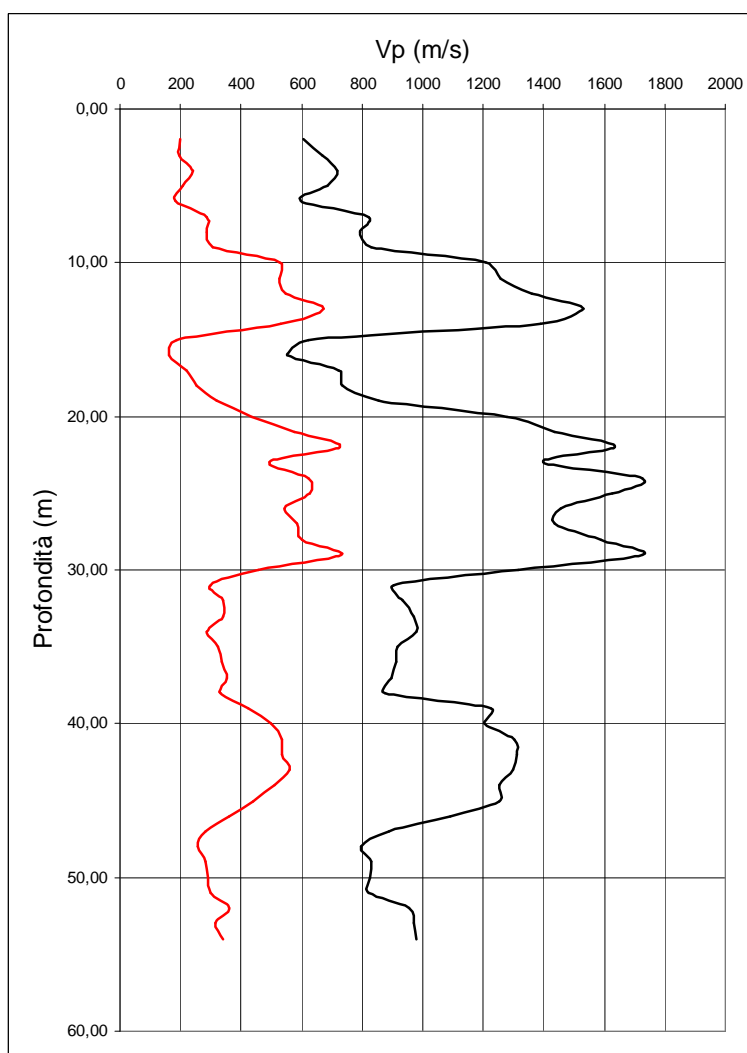
Finestra temporale di acquisizione: 1 s;

Distanza tra le misure: variabile da 1.00 m;

Stack: variabile da 3-10

Di seguito sono mostrati i risultati ottenuti con la prova CH.

PROVA CROSSHOLE 14MS-14MSBIS



2.2 Prova Downhole

La prova è stata eseguita mediante l'acquisizione di battute verticali ed orizzontali, per la generazione prevalentemente di onde SH, sul sistema costituito da un parallelepipedo in teflon. L'accoppiamento del prisma di teflon al terreno è stato sempre garantito ponendolo su terreno a grana fine ed assicurandolo al suolo mediante carico con 150-200 kg. I sensori sono stati orientati mediante l'impiego di aste quadre in alluminio della lunghezza di 1,50m ciascuna.

L'elaborazione dei dati, per la determinazione delle velocità delle onde P ed S, è stata condotta con il metodo delle velocità medie per intervallo di profondità a partire dall'analisi visuale e dallo studio dei correlogrammi nei casi di più difficile interpretazione. Per aumentare il rapporto S/N, ma anche per minimizzare eventuale errore di localizzazione dei primi arrivi, per ogni registrazione sono state effettuate un minimo tre battute per ciascuna profondità e per ciascun tipo di energizzazione.

Un test per verificare gli eventuali ritardi o anticipi indotti dal sistema trigger (causati da un'imprecisione di chiusura dello starter nel sistema trigger) durante le fasi di energizzazione sulle fasi P ed S, è stato eseguito introducendo, durante l'acquisizione, dati dei geofoni esterni, di cui uno a componente verticale ed uno a componente orizzontale.

Nella fase di acquisizione oltre a registrare il segnale ad intervalli di 1m a partire dal piano campagna e fino a fondo foro, ove possibile, per verificare ulteriormente la bontà del segnale, si sono effettuate registrazioni anche in fase di risalita del geofono con intervalli di profondità di 5m. Per ogni energizzazione sono state effettuate minimo tre registrazioni che sono state poi utilizzate ai fini statistici per la determinazione di un eventuale errore.

L'elaborazione si è concretizzata nelle seguenti fasi:

- valutazione visuale in campagna ed analisi di Fourier per valutare la presenza di eventuale rumore coerente nei dati;
- valutazione della necessità di applicare un filtro passa banda oppure di aumentare il numero di energizzazione per aumentare il rapporto S/N;
- equalizzazione spettrale dinamica per l'equiparazione energetica di battuta;
- studio polarizzazione dell'onda SH mediante la tecnica dell'inversione di fase delle onde SH;
- visualizzazione delle cross-correlazioni e delle coppie di registrazioni corrispondenti, per la determinazione degli arrivi delle onde SH.

Si riportano di seguito in sintesi i parametri utilizzati nell'indagine DH.

Sismografo: 24 canali a 24 bit per canale;

Sorgente: massa battente 10 Kg;

Geofono: a due sensori 3D a 1 m di interasse e a 10 Hz con dispositivo di bloccaggio al foro mediante pistoncini ad aria compressa;

Trigger: Chiusura di circuito tramite blaster e controllo dei ritardi o anticipi mediante geofoni esterni;

Intervallo di campionamento: variabile 0.25 ms;

Finestra temporale di acquisizione: 1 s;

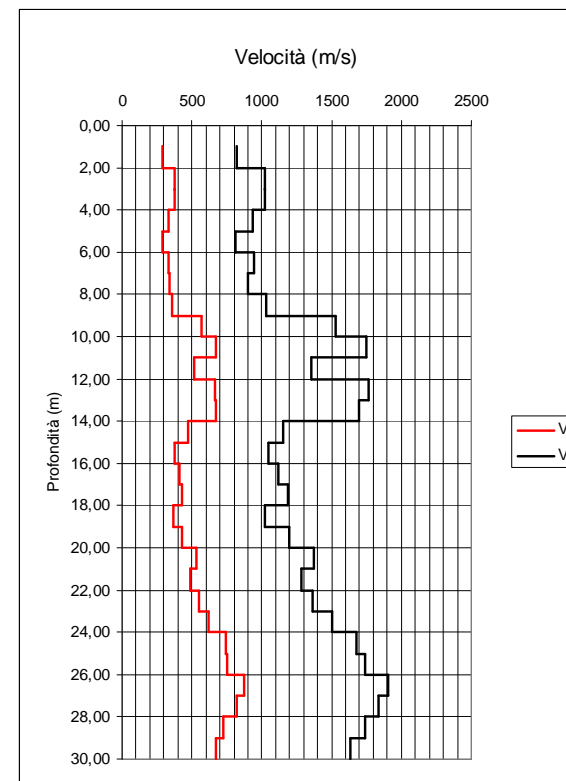
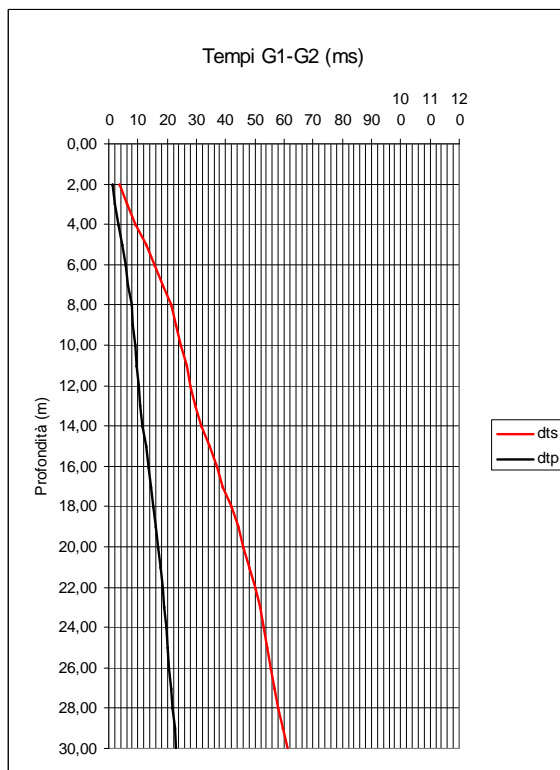
Distanza intergeofonica: 1m;

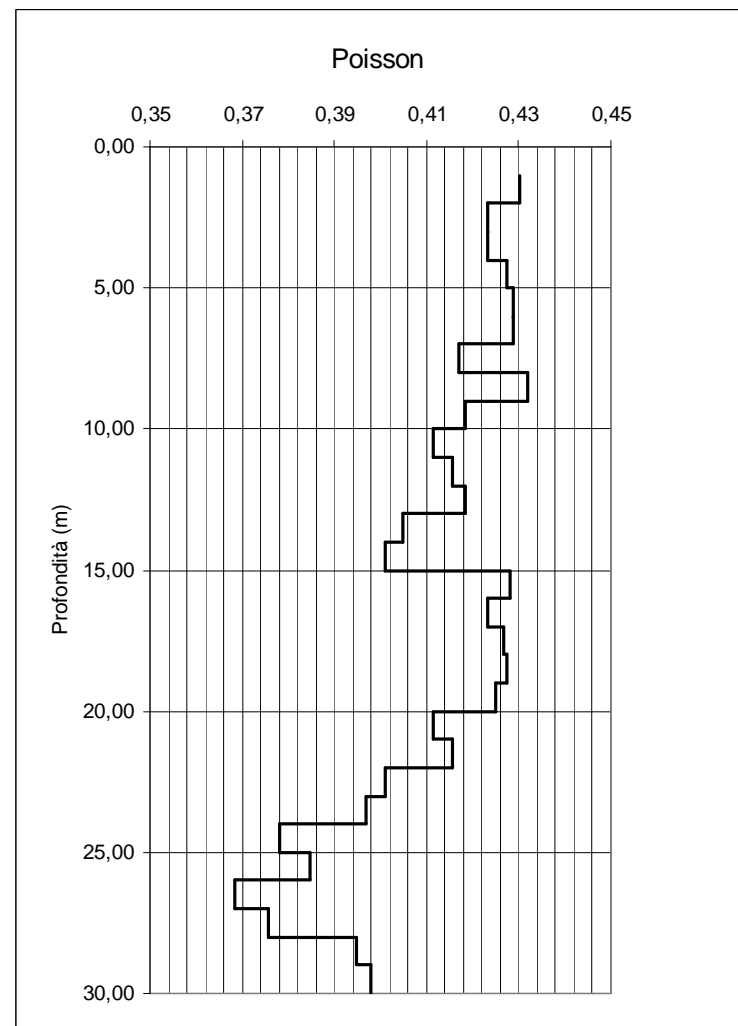
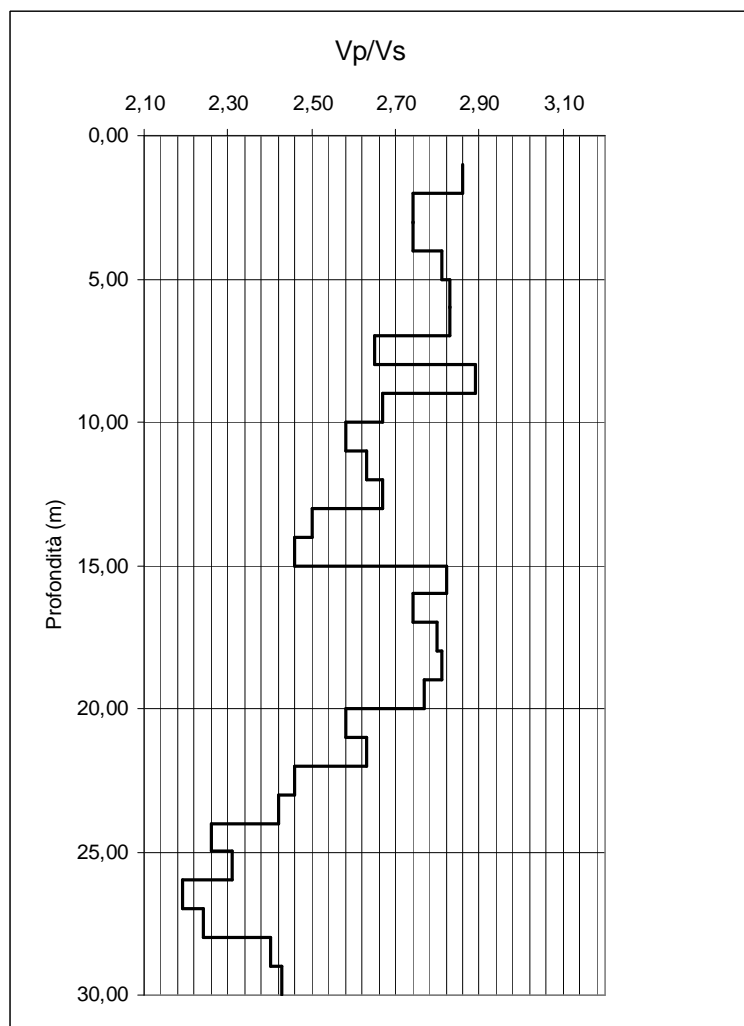
Distanza bocca pozzo: 2m;

Stack: variabile da 3-10;

Di seguito, a titolo di esempio, sono mostrati i risultati ottenuti con una delle prove DH effettuate.

PROVA DOWNHOLE DH01MS





3. Indagini sismiche MASW (Multichannel Analysis Surface Waves)

La costruzione del profilo di velocità delle onde S attraverso l'analisi del modo fondamentale delle onde di Rayleigh è uno dei più comuni utilizzi delle proprietà dispersive delle onde superficiali; tale analisi è alla base del metodo MASW (Multichannel Analysis of Surface Waves). Tale metodo (Park et al., 1999) offre differenti vantaggi rispetto alle misure di laboratorio ed agli altri metodi di campagna, superficiali ed in pozzo: esso è infatti non invasivo e pertanto non richiede l'uso di perforazioni. Al pari della sismica a rifrazione delle onde di taglio il metodo MASW riesce a monitorare una vasta porzione di sottosuolo. La prospezione sismica a rifrazione delle onde S spesso incontra difficoltà nella generazione delle onde di taglio e nel riconoscimento sul sismogramma. Nel metodo MASW, l'idea di base per la configurazione e per la geometria di acquisizione in campagna, è generalmente la stessa usata nelle campagne di acquisizione dati della sismica a riflessione multicanale (o CMP: common depth point).

Il metodo è semplice: da ogni curva di dispersione relativa ad una raccolta common shot point viene ottenuta una singola curva di dispersione e quindi un profilo V_s - z ; tale profilo viene poi relazionato ad una coordinata x sul piano campagna pari al punto medio della raccolta. Di seguito vedremo alcuni accorgimenti fondamentali da seguire in campagna per un'adeguata acquisizione dati per un profilo MASW. In particolare, in che modo scegliere gli offset minimi e massimi tra sorgente e ricevitori, il tipo di sorgente e di ricevitori. Il ground roll è facilmente generato sia da una sorgente vibrante che da una sorgente impulsiva sebbene il primo tipo presenta il tipico vantaggio della possibilità di "selezionare" le

frequenze volute, di ripetibilità e di sicurezza rispetto ad altre sorgenti impulsive come martello o esplosivo.

Ovviamente la scelta dei geofoni sarà fatta in base alla profondità di indagine di interesse: geofoni da 4.5-10 Hz sono ideali per indagare profondità di parecchie decine di metri sebbene in tal caso l'ideale è di utilizzare al loro fianco sorgenti attive a bassa frequenza o alternativamente eseguire un'analisi passiva del rumore di fondo ambientale; quindi per indagini limitate ai primi 20 o 30 metri può esser sufficiente utilizzare geofoni da 4,5 o 10 Hz ed una sorgente impulsiva come il martello o il fucile verticale.

Le onde di Rayleigh possono essere trattate come onde cilindriche che si propagano orizzontalmente soltanto dopo che esse si siano allontanate di una certa distanza dalla sorgente; esiste cioè una distanza minima (near offset) oltre la quale gli effetti indesiderati di propagazione non orizzontale del ground roll (effetto di near field o di campo vicino) possono essere minimizzati. Le componenti ad alta frequenza (ovvero le basse lunghezze d'onda) delle onde di Rayleigh si attenuano rapidamente con la distanza dalla sorgente, se però l'offset massimo tra ricevitore e sorgente è troppo grande allora le componenti ad alta frequenza dell'energia delle onde superficiali saranno notevolmente attenuate e contaminate dalle onde di volume: fenomeno del campo lontano (o far field, o far offset). Tali effetti si manifestano come un degrado della coerenza lineare oppure come incremento della velocità di fase apparente del ground roll. Ciò è evidente ad esempio se i dati sono visualizzati per raccolte "common-shot" (ovvero in record che racchiudono tutte le tracce riferite ad una stessa sorgente).

Gli effetti del far field limitano la frequenza massima alla quale la curva di dispersione che può essere rilevata, e quindi lo spessore minimo che può essere individuato dai dati.

E' quindi conveniente effettuare energizzazioni simmetriche ad entrambi i lati dello stendimento così come è utile effettuare stendimenti geofonici con distanze intergeofoniche brevi e spostare via via l'array di geofoni lungo una linea retta onde poter ovviare a repentine variazioni laterali delle caratteristiche elastiche che vengono ad essere mediate lungo tutta l'area interessata dalla geometria offset-ricevitori. Pur tuttavia è parimenti valido il discorso sull'affidabilità del metodo se si mantengono i geofoni fissi e si effettuano un elevato numero di energizzazioni a svariati offset limitati ovviamente nell'intervallo (near offset-far offset).

Per le indagini eseguite si è utilizzato un sismografo a 24 bit e 24 canali con geofoni verticali a 4,5 Hz. e una massa battente di 10 kg come sorgente di energizzazione. La distanza tra i ricevitori, dopo test accurati, è stata fissata a 1,50 m variando ovviamente l'offset in base ai litotipi affioranti. Di seguito, è riportato un esempio di geometria di campagna e di risultati ottenuti con la prova MASW.

Geometria di Campagna

Oggetto: MASW

Committente: IGAG – CNR

Data: 17.09.2010

Località: COLLE PALATINO - ROMA

Indagine: ANALISI MASW

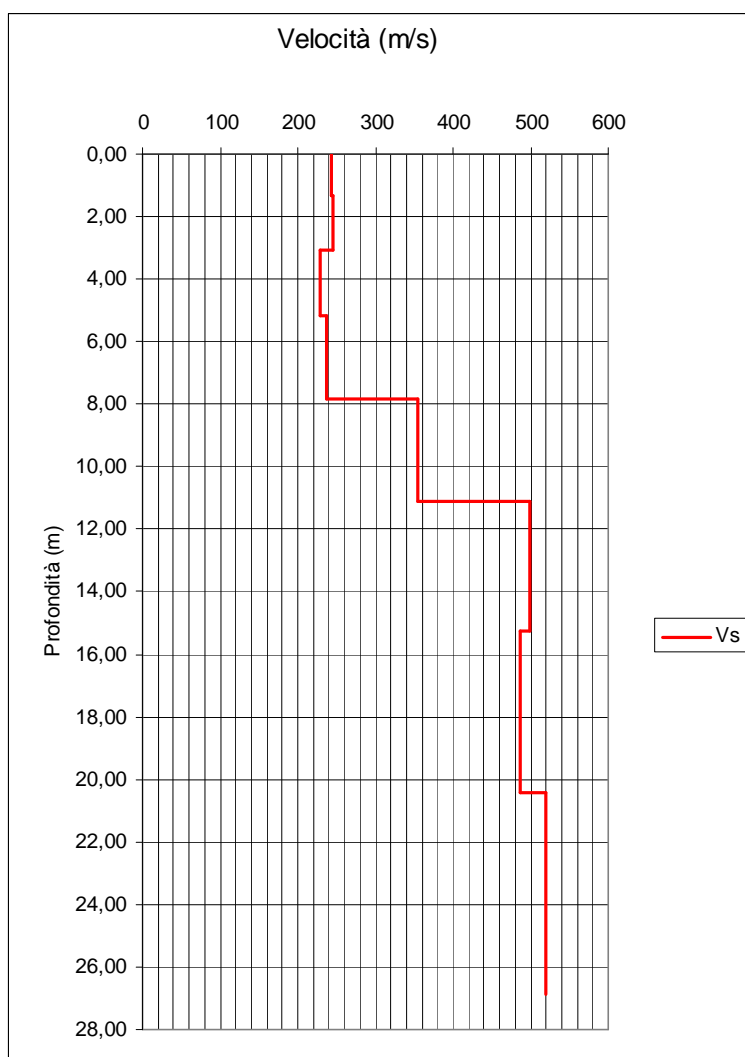
Profilo 1-1

Parametri di acquisizione:

dt = 1 ms;
 $\Delta T = 2.0$ s;
 $\Delta G = 1.5$ m;
 Geometria end on;
 Sorgente massa battente;
 Geofoni 4.5 Hz;
 G1=12.00 m ; G24= 46.5 m

FFID	Shot No.	Coordinata x	Offset	Stack	Profilo
1000.dat	1	0.00	12	si no	diretto coniugato
1001.dat	2	2.00	10	si no	diretto coniugato
1002.dat	3	4.00	8	si no	diretto coniugato
1003.dat	4	6.00	6	si no	diretto coniugato
1004.dat	5	8.00	4	si no	diretto coniugato
1005.dat	6	10.00	2	si no	diretto coniugato
1006.dat	7	58.50	12	si no	diretto coniugato
1007.dat	8	56.50	10	si no	diretto coniugato
1008.dat	9	54.50	8	si no	diretto coniugato
1009.dat	10	52.50	6	si no	diretto coniugato
1010.dat	11	50.50	4	si no	diretto coniugato
1011.dat	12	48.50	2	si no	diretto coniugato

PROVA MASW 1-1



Profondità m	Vs m/s
0,00	244
1,35	244
1,35	245
3,05	245
3,05	228
5,16	228
5,16	238
7,81	238
7,81	354
11,11	354
11,11	499
15,24	499
15,24	486
20,41	486
20,41	519
26,86	519

4. Tomografia sismica

Le prospezioni sismiche a rifrazione classiche, sia esse basate sul metodo dei raggi che dei fronti d'onda, implicano un sottosuolo suddiviso in strati secondo superfici di discontinuità orizzontali, inclinate o variamente irregolari, ed in ogni strato la velocità delle onde sismiche è rigorosamente costante.

Una siffatta condizione stratigrafica è riscontrabile in ambienti di sedimentazioni di piattaforma continentale ma anche di facies di bacino. Al contrario in aree alluvionali, in zone di transizione o in aree vulcaniche caratterizzate da terreni sciolti, il campo di velocità del sottosuolo è molto variabile sia orizzontalmente che verticalmente.

Oltre alle caratteristiche geometriche del sottosuolo, sul gradiente di velocità dV/dz (variazione della velocità dV con la variazione di profondità dz), possono influire altre caratteristiche litologiche quali per esempio la porosità il grado di saturazione, di cementazione, di zeolitizzazione.

Quindi la sismica a rifrazione tradizionale permette di ricavare con una certa rapidità di calcolo la velocità e l'andamento di un substrato irregolare, così come la sismica a riflessione superficiale, se eseguita con la strumentazione e gli accorgimenti adeguati, fornisce risultati apprezzabili nell'individuazione di discontinuità orizzontali e di faglie superficiali piuttosto che la velocità delle onde sismiche in situazioni lateralmente eterogenee.

In quest'ultimo caso i metodi tradizionali possono solo fornire un modello medio del campo di velocità che potrebbe rappresentare un'eccessiva esemplificazione nel caso sia richiesta una particolare accuratezza come nei problemi che si pongono nelle aree di interesse archeologico.

Con l'introduzione nel campo della geofisica di tecniche di tomografia sismica, si risolve il problema delle eterogeneità laterali del sottosuolo. Numerosi sono gli esempi di applicazione di tecniche topografiche in diverse aree geologiche ed altrettante metodologie topografiche si sono sviluppate contemplando diversi algoritmi di inversione.

E' importante ricordare che i processi d'inversione non devono essere considerati come procedure automatiche, perché tendono facilmente verso strade errate. Spesso, l'algoritmo d'inversione può introdurre nel modello strutture "artificiali" e fittizie che ovviamente conducono ad una visione falsata dell'interpretazione geologica.

In altre parole una volta che è stato creato il modello stimato finale, è essenziale che si possa quantificare l'errore tra il modello stimato e il modello "reale": la determinazione dell'incertezza del modello stimato è detta "problema di valutazione".

Due differenti approcci alla risoluzione di un problema inverso sono i metodi deterministici ed i metodi probabilistici. Il problema inverso non lineare è risolto dai metodi deterministici mediante metodi di linearizzazione ed approssimazione tramite un modello iniziale; mentre nei metodi probabilistici la risoluzione dello "appraisal problem" è effettuato mediante i cosiddetti metodi bayesiani con cui si stimano le proprietà statistiche del problema mediante la combinazione di ripetute definizioni dei parametri del modello, quest'ultimi metodi sono applicabili ovviamente a problemi dove il numero di parametri sia limitato.

Il problema inverso applicato alla tomografia sismica dei tempi di percorrenza presenta le seguenti fasi:

- lettura dei tempi sperimentali;
- calcolo dei tempi teorici mediante un modello iniziale M_0 ;
- calcolo dei residui (differenza tempi sperimentali e teorici);

- calcolo delle correzioni al modello ΔS_0 e ritorno al passo 1.

Il processo che seleziona le variabili relative ai dati ed alla rappresentazione del modello è detto parametrizzazione (od anche selezione dei parametri).

Le considerazioni da fare nella scelta dell'algoritmo di inversione sono varie: esso, oltre ad essere veloce per esser in grado di manipolare con praticità grosse moli di dati, deve assicurare un alto grado di convergenza e d'indipendenza dal modello iniziale. Gli algoritmi utilizzati sono implementati in schemi di inversione non lineare in cui si tiene conto della curvatura del raggio; nella tomografia sismica dei tempi di percorrenza, il termine non-lineare indica che il tempo di percorrenza ed il tragitto stesso del raggio sono entrambi dipendenti dalla medesima incognita: la velocità (Berryman,1990; Berryman, 1991).

La tomografia sismica può essere fatta sia sui primi arrivi che sugli arrivi riflessi. Quest'ultima risulta molto più complessa in quanto di solito è particolarmente difficile identificare l'arrivo riflesso. Esiste sia una tomografia da superficie che da pozzo.

La tomografia sismica a rifrazione rispetto alla tomografia da pozzo risente dell'apertura angolare limitata tra ricevitori e sorgenti, cioè i raggi tendono preferenzialmente a percorrere le superfici dei rifrattori e lasciano "scoperte" le altre zone (Nurhandoko et al.,1999). La tomografia sismica del raggio è instabile in presenza di scarsità di dati o quando il modello di partenza è piuttosto lontano dal modello reale.

Sostanzialmente, nella tomografia, i dati sperimentali misurati in campagna (tempi di arrivo) vengono confrontati con quelli teorici (tempi ottenuti dalla modellizzazione diretta) simulati al calcolatore mediante un modello iniziale. Se il residuo della differenza dei tempi osservati e teorici è abbastanza piccolo allora il modello ipotizzato inizialmente può ritenersi molto vicino a quello reale, altrimenti attraverso metodi iterativi ai minimi quadrati o altri si tende

a minimizzare il vettore dei residui. Ovviamente esistono diversi algoritmi di inversione più o meno validi a secondo delle condizioni più o meno complesse del sottosuolo.

La risoluzione del modello finale dipende dalla densità dei raggi, che a sua volta dipende dal numero di energizzazioni e dal numero di ricevitori posti in registrazione per ogni energizzazione. Con questa tecnica il sottosuolo viene suddiviso in tante celle (le dimensioni delle celle dipendono dal numero di raggi, ovvero dal numero di shot e dalla distanza intergeofonica) attraverso le quali passano raggi sismici (entità definita come la normale al fronte d'onda) che poi arrivano al ricevitore. Maggiore è il numero di raggi che si incrociano maggiore è la probabilità di ottenere una soluzione stabile.

La procedura che viene seguita nella tecnica tomografica consiste nei seguenti passi:

- Lettura dei tempi di arrivo sui sismogrammi acquisiti in campagna;
- Definizione del modello iniziale del sottosuolo (normalmente si parte con un modello piano-stratificato del sottosuolo);
- Tracciamento del raggio (Raytracing – ovvero tracciamento dei raggi dalla sorgente ai ricevitori);
- Determinazione dei residui (differenza tra i tempi sperimentali e teorici);
- Applicazione di metodo di inversione; Ripetizione procedura fino alla stabilizzazione delle soluzioni.

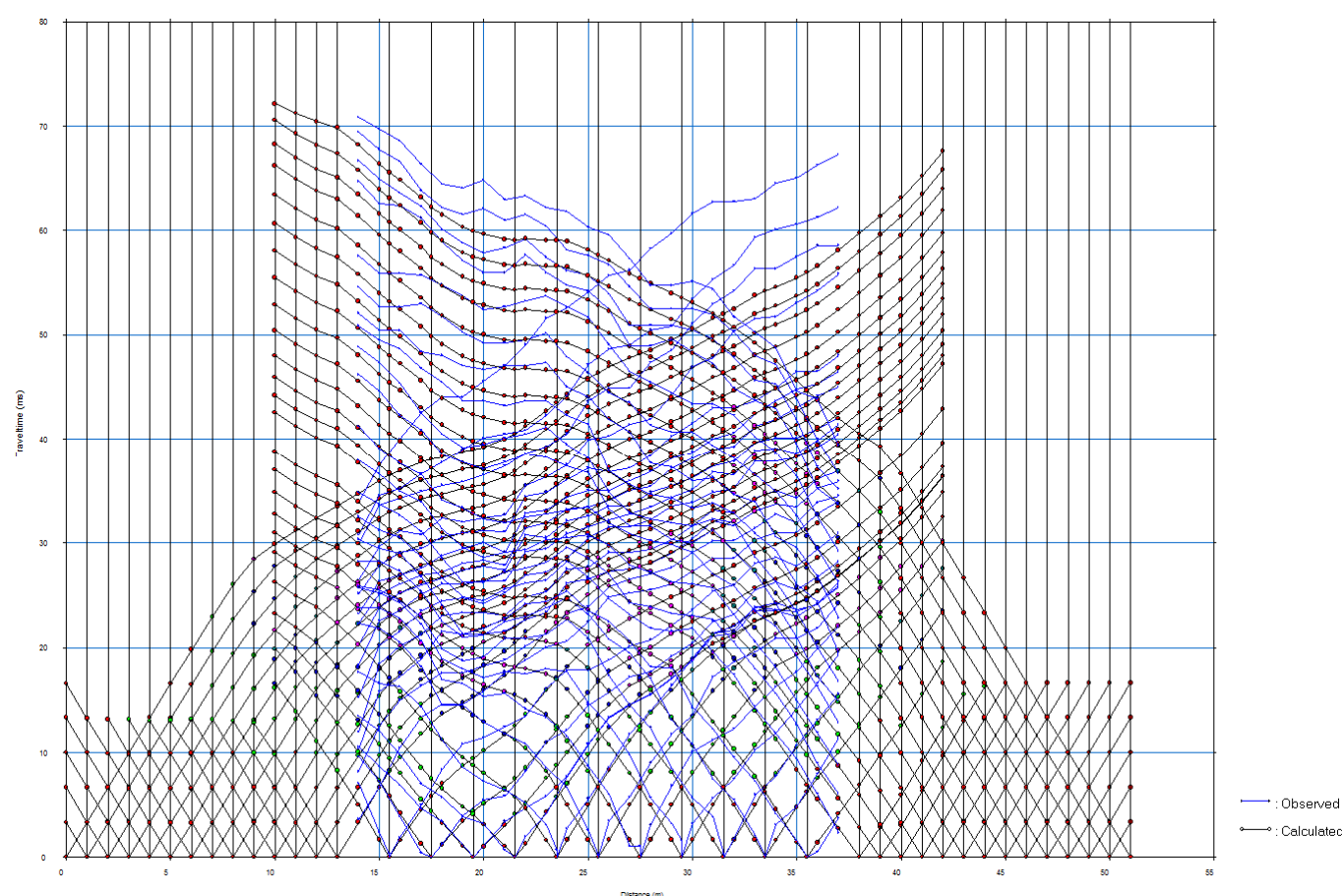
Il tracciamento del raggio può essere effettuato mediante il metodo delle differenze finite (Vidale, 1988) con derivazione algebrica o geometrica.

Il tempo teorico di arrivo al ricevitore è dato dalla somma integrale di tutti i segmenti l_{ij} riferiti al reticolo (grid) di attraversamento ipotizzato e dal valore di $s(x)$ definito "lentezza" ovvero il reciproco della velocità $v(x)$.

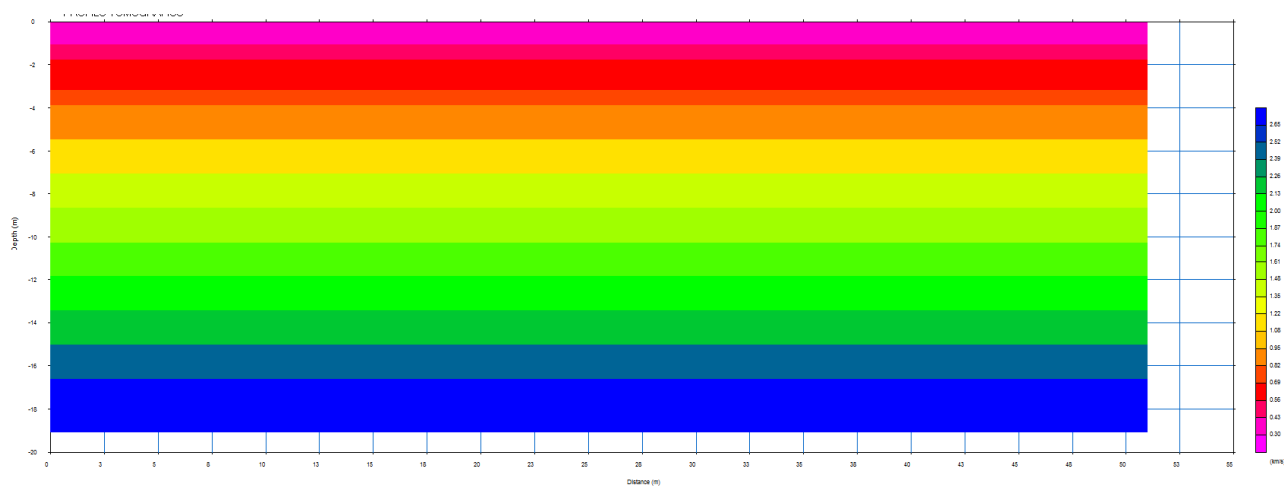
Un esempio di applicazione in area archeologica del Colle Palatino in Roma è riportato di seguito a questo paragrafo. Nelle figura del tomogramma finale è evidente un'anomalia positiva di velocità localizzata tra $x=17-25$ e $z=-1.5-3.0$.

Tale anomalia potrebbe essere interpretata come un manufatto murario di grandi dimensioni oppure un riempimento di cavità con blocchi lapidei.

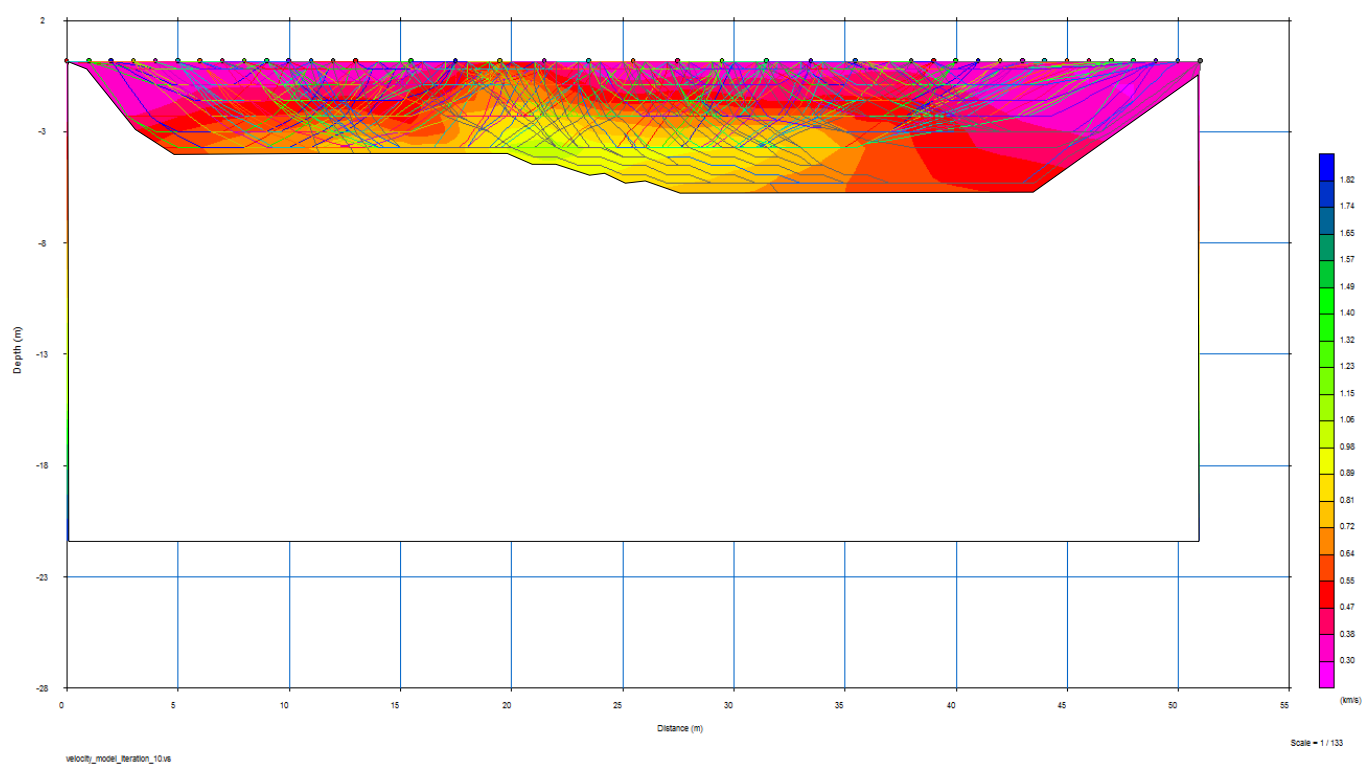
Di seguito, sono riportate le dromocrone teoriche e sperimentali, il modello iniziale e finale ottenuti con la tomografia sismica a rifrazione.



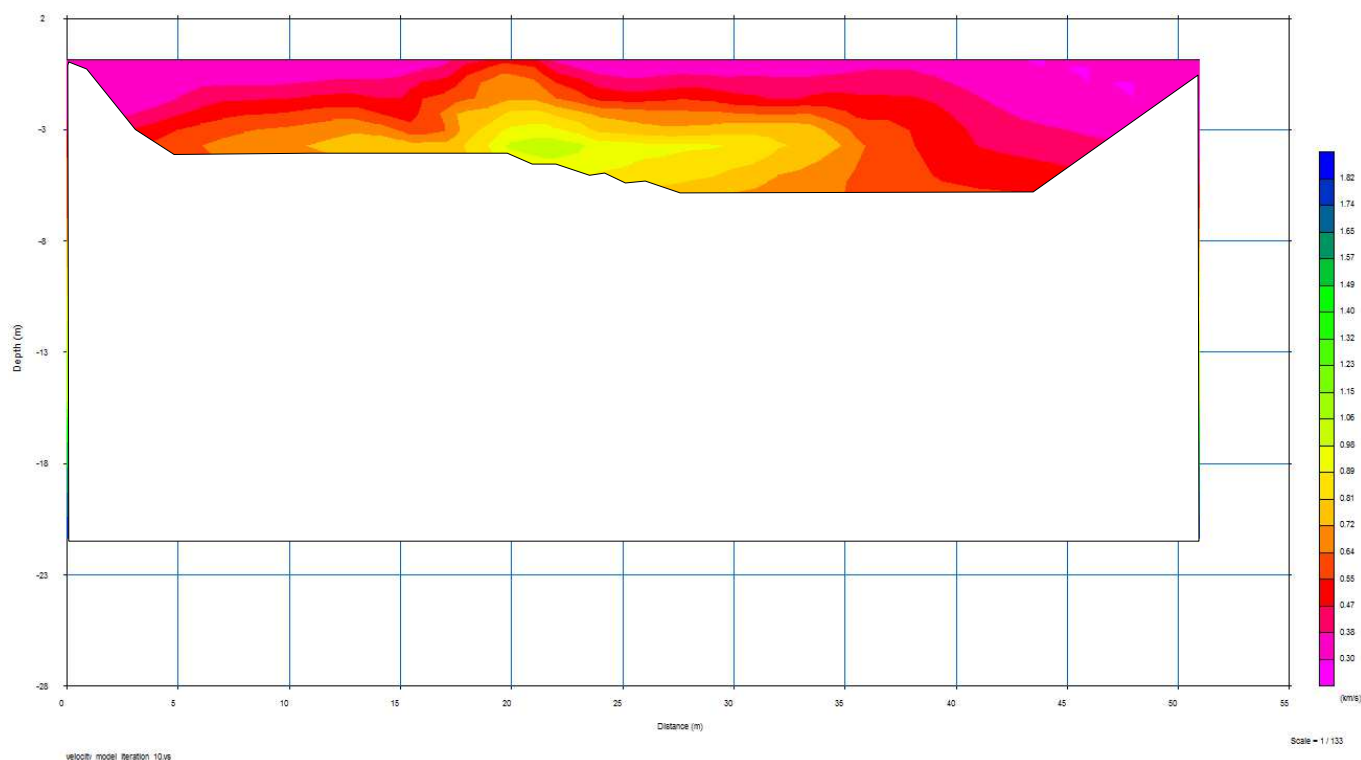
Dromocrone teoriche-sperimentali a confronto



Modello Iniziale



Modello Finale con tracciamento dei raggi



5. Ringraziamenti

Desideriamo ringraziare la Protezione Civile ed in particolare il dott. Giuseppe Naso per il prezioso apporto alle fasi di realizzazione del progetto. Si desidera ringraziare inoltre, il Prof. Antonio Rapolla ed in particolare al C.U.G.R.I. di Penta di Fisciano per la completa disponibilità.

6. Bibliografia

- Berryman G. J., 1991. *Lecture notes on: Nonlinear inversion and tomography*. University of California. Lawrence Livermore National Laboratory.
- Berryman, J. G., 1990. *Stable iterative reconstruction algorithm for nonlinear traveltime tomography*. Inverse Problems 6, 21-42.
- Nurhandoko B. E., Sukmana I., Wibowo S., Deny A., Kurniadi R., Widowati S., Mubarak S., Susilowati, and Kaswandhi. *Robust inverse scattering full waveform seismic tomography for imaging complex structure*. AIP Conf. Proc. 1454, pp. 105-108.
- Park C. B., Xia, J., and Miller, R. D., 1999. *Multichannel analysis of surface waves*. Geophysics, Vol. 64, No. 3 P. 800–808
- Vidale J, 1988. *Finite-difference calculation of travel times*. Bulletin of the Seismological Society of America December 1988 v. 78 no. 6 p. 2062-2076